



**SNPTEE
SEMINÁRIO NACIONAL
DE PRODUÇÃO E
TRANSMISSÃO DE
ENERGIA ELÉTRICA**

Versão 1.0
GPC.123
16 a 21 Outubro de 2005
Curitiba - Paraná

**GRUPO V
GRUPO DE ESTUDO DE PROTEÇÃO, MEDIÇÃO E CONTROLE EM SISTEMAS DE POTÊNCIA - GPC**

ESTUDO DE TÉCNICAS PARA CÁLCULO DE FASORES

**André Luiz
Lins Miranda*
COPPE/UFRJ**

**Marco Antonio
Macciola Rodrigues
CEPEL**

**Eduardo Antônio
Barros da Silva
COPPE/UFRJ**

**Raul Balbi
Sollero
CEPEL**

**Salvatore Mantuano
Filho
FURNAS**

RESUMO

Este artigo aborda o problema do cálculo de fasores para sinais elétricos e analisa os erros relativos à filtragem de Fourier quando há variação na frequência fundamental da rede elétrica. Este tipo de erro é conhecido como vazamento espectral (ou "leakage" em inglês). Inicialmente é feita uma análise nos domínios da frequência e do tempo, envolvendo não somente o filtro de Fourier, mas também a utilização de janelas no tempo, conhecidas na literatura técnica por proporcionarem a redução deste efeito. A partir deste estudo, é proposta uma técnica de filtragem que reduz ainda mais estes erros, utilizando para isto filtros cuja resposta em frequência é maximamente plana na origem. A técnica de projeto destes filtros é relativamente simples, sendo baseada no algoritmo de mínimos quadrados ponderados (*WLS* – *Weighted Least Squares*). Finalmente, resultados e comparações com as técnicas clássicas são apresentados.

PALAVRAS-CHAVE

Oscilografia, Processamento de Sinais, Fasores, Filtros Digitais.

1.0 - INTRODUÇÃO

Este trabalho está focado nos problemas relativos à análise de perturbações utilizando informações provenientes da oscilografia de curta duração.

As concessionárias de energia elétrica estão, cada vez mais, utilizando RDPs, relés e remotas de supervisão e controle. Tal tendência se explica, em geral, por três motivos:

- as alterações na estrutura do setor elétrico obrigaram as empresas a monitorar mais pontos no sistema para comprovar a qualidade de seus serviços;
- o custo dos equipamentos de medição tem caído bastante nos últimos anos;
- por força da legislação, que obriga as empresas a terem um número mínimo de RDPs instalados (1).

O sistema elétrico nacional é composto por uma rede elétrica de grandes proporções, não somente no que refere-se à sua complexidade, mas também à sua extensão geográfica. Junta-se a isto a predominância de geração hidráulica, geralmente afastada dos grandes centros consumidores de carga. Todos estes fatores contribuem para que seja difícil manter-se a frequência de operação nominal constante. Mesmo na ausência de perturbações, o sistema sofre de modos de interação inter-áreas, assim como desequilíbrios entre carga e geração, que são corrigidos pela variação da potência gerada.

Desta forma, no momento em que ocorre uma perturbação no sistema elétrico, em especial numa linha de transmissão, pode acontecer de verificar-se uma frequência de operação ligeiramente diferente da nominal. É admitido, normalmente, que uma variação de $\pm 1/2$ Hz é plenamente aceitável (1), e não prejudica o funcionamento dos diversos sistemas e equipamentos conectados à rede.

Entretanto, em proteção e oscilografia, utiliza-se bastante a medição fasorial para determinar os valores que alimentarão os algoritmos de proteção ou de análise, como é o caso do algoritmo de localização de faltas a partir do cálculo de impedância de falta. A variação de frequência abordada acima pode gerar um erro na determinação dos valores de módulo e ângulo que não é tão pequeno para ser desprezado, em especial considerando-se que a maioria das técnicas para cálculo de grandezas fasoriais baseia-se no filtro de Fourier (2) (3) (4).

Existem, também, outros métodos, cada um com suas vantagens e limitações, dentre os quais pode-se destacar (2)-(5): os filtros de Walsh (CAL-SAL), os filtros tipo seno e co-seno, os filtros de mínimos quadrados (6), os filtros de Kalman, entre outros. Como o foco deste trabalho é o de apresentar uma forma de permitir o uso de uma técnica tão simples como a do filtro de Fourier, cuja simplicidade e difusão o tornaram a ferramenta mais utilizada para cálculo fasorial, não abordaremos esses outros métodos. Cabe dizer, entretanto, que os filtros de Walsh, seno e co-seno não parecem, à primeira vista, apresentar vantagens significativas em relação a este problema. De qualquer forma, é intenção dos autores estudar, no futuro, estes métodos citados.

O presente trabalho analisa o filtro de Fourier no domínio da frequência e propõe um filtro digital com características maximamente planas na resposta em frequência, que reduz o vazamento espectral verificado do filtro de Fourier quando há variação na frequência fundamental da rede.

2.0 - FILTRO DE FOURIER

A Transformada de Fourier é um dos métodos mais populares para estimação espectral em sinais elétricos. Isso acontece devido à sua simplicidade e aos bons resultados apresentados. A Transformada de Fourier é usada, em particular, para a estimação dos fasores do sinal, ou seja, a determinação da componente fundamental. Nas equações abaixo tem-se as equações de um algoritmos clássicos de filtros de Fourier com janela de um ciclo (7).

$$Y_c(k) = \frac{2}{N} \sum_{l=0}^{N-1} v(k+l-N+1) \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{N}l\right) \quad \text{Equação 1}$$

$$Y_s(k) = \frac{2}{N} \sum_{l=0}^{N-1} v(k+l-N+1) \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{N}l\right) \quad \text{Equação 2}$$

$$\|v(k)\| = \sqrt{Y_c^2(k) + Y_s^2(k)} \quad \text{Equação 3}$$

$$\phi_v(k) = -\arctan \frac{Y_s(k)}{Y_c(k)} \quad \text{Equação 4}$$

O cálculo dos valores de módulo $\|v(k)\|$ e ângulo $\phi_v(k)$ é feito a partir do deslocamento de uma janela de N amostras do sinal da rede. O resultado do filtro de Fourier consiste do componente correspondente à frequência de 60 Hz. Quando do deslocamento da janela, ocorre um erro cumulativo, tanto no cálculo da módulo como no cálculo da fase. Este erro pode ser visto na Figura 1 para o módulo e na Figura 2 para o ângulo.

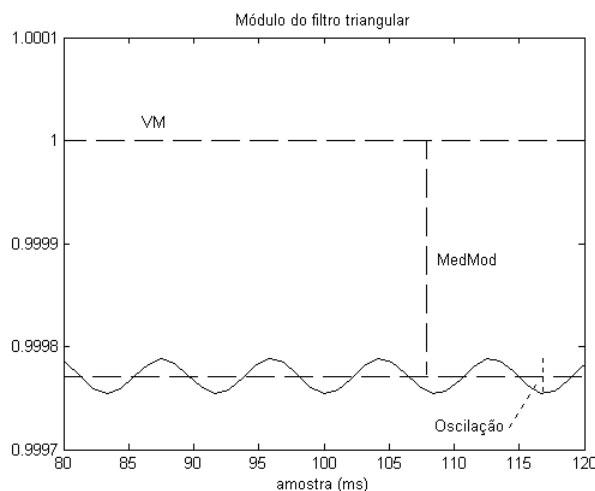


Figura 1 – Gráfico exemplificando a oscilação no módulo

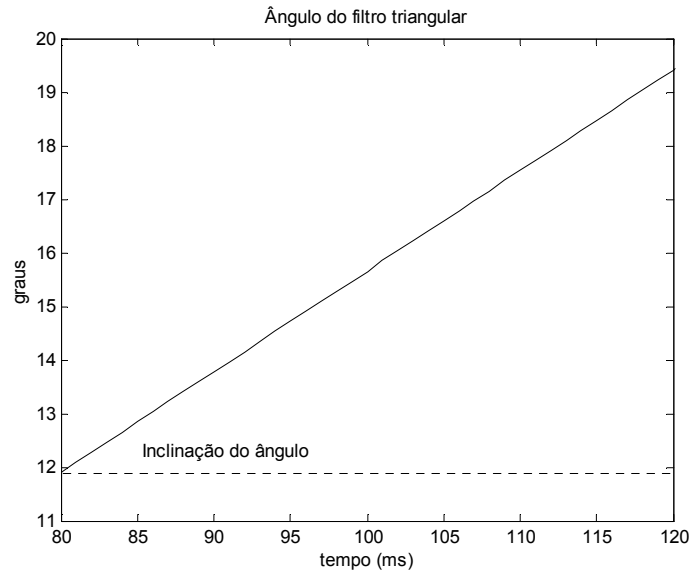


Figura 2 – Gráfico exemplificando a inclinação no ângulo

No valor do módulo surge uma oscilação cujo valor médio (*MedMod* na figura 1) apresenta-se deslocado do valor correto (V_M). A oscilação pode ser medida pelo seu valor médio quadrático, que será aqui denominado *MSEMod*. As equações a seguir apresentam o cálculo destes parâmetros.

$$MSEMod = \frac{\sum_{k=ORD}^L (\text{mod}(k) - V_M)^2}{L - ORD} \quad \text{Equação 5}$$

$$MedMod = \left\| \left(\frac{\sum_{k=ORD}^L \text{mod}(k)}{L - ORD} \right) - V_M \right\| \quad \text{Equação 6}$$

Na fase, o erro consiste de um incremento contínuo no seu valor, porém, como a frequência varia muito lentamente no sistema elétrico, este incremento possui uma derivada cuja inclinação é razoavelmente constante e que deve poder ser determinada e subtraída do sinal, corrigindo o erro. A Figura 3 abaixo mostra o erro de módulo que se encontra, na utilização do Filtro de Fourier, com as janelas retangular, triangular, Hann e Hamming (8).

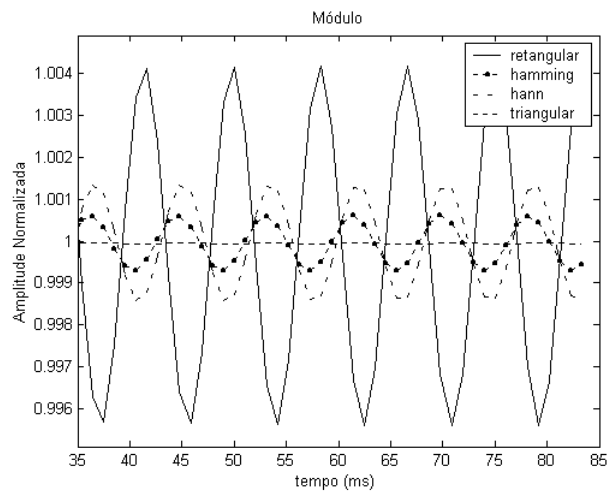


Figura 3 – Resultado do módulo da filtragem de Fourier e as suas diversas janelas de um ciclo, usando-se um sinal de 59,5 Hz

Pode-se observar o resultado superior obtido pela janela triangular. O motivo para este desempenho está no fato de que a janela triangular de dois ciclos corresponde à convolução de duas janelas retangulares de um ciclo no tempo, o que gera a uma resposta em frequência mais plana na origem, com os mesmos zeros nas frequências harmônicas e com a banda de rejeição muito mais acentuada (9). Entretanto, a seletividade em frequência é inferior quando se usa a janela triangular (8) (9). Desta forma foi desenvolvido o projeto de um filtro digital que permitisse aliar às vantagens desta janela uma melhor seletividade em frequência e também uma resposta adequada no tempo, como descrito a seguir.

3.0 - FILTRO PROPOSTO

Foi observado em (9) que a resposta em frequência da janela triangular tinha, na origem, um comportamento mais plano em relação às outras janelas. Desta forma usou-se como base para o projeto do filtro proposto a equação a seguir:

$$P(z) = 1 - (1 - z^{-1})^K Q(z) \quad \text{Equação 7}$$

Na Equação 7, $Q(z)$ é a parcela do filtro que deve ser otimizada. O termo que multiplica $Q(z)$ serve para forçar as $K-1$ derivadas a serem iguais a zero para $z = 1$, possibilitando assim uma resposta mais plana na origem. Para isso ser verdadeiro $P(z)$ deve ter fase zero, com uma implementação não causal (10).

Para efeito de projeto utilizamos a técnica de modulação em frequência, onde se otimiza um filtro passa-baixa protótipo e faz-se a modulação em frequência, conforme a Equação 8 abaixo

$$h(n) = h_{LP}(n) e^{j\omega_0 n} \quad \text{Equação 8}$$

O sinal será processado pelo filtro modulado da Equação 8, fazendo-se a convolução deste com o filtro. O resultado será um número complexo, cujo módulo e fase são utilizados diretamente para extrair o módulo e o ângulo do fasor.

O filtro foi otimizado pelo método dos mínimos quadrados ponderados, que consiste em minimizar o erro médio quadrático do erro entre a resposta desejada e a obtida, cujos detalhes de implementação podem ser achados em (9). O filtro possui uma série de parâmetros que podem ser otimizados, de forma a obter-se uma família de filtros, todos com características de resposta plana na origem, porém com diferentes respostas. Entre esses parâmetros destacam-se:

- o comprimento do filtro: quanto menor melhor, pois filtros de comprimento longo demoram mais tempo para fornecer uma resposta estável. Para oscilografia, filtros com resposta superior a um ciclo são aceitáveis, entretanto este não é o caso de aplicações em proteção.
- O fator K : indica o quanto o filtro é plano na origem. O problema com o fator K é ele limitar os graus de liberdade da otimização de $Q(z)$.
- Peso: no métodos de mínimos quadrados ponderados pode-se especificar pesos diferentes para cada frequência, o que permite dar ênfase à certas propriedades, tais como existência de zeros nas frequências múltiplas da fundamental

4.0 - RESULTADOS

4.1 Conjunto de sinais de teste

Para avaliação dos filtros projetados utilizou-se dois tipos de sinais, mostrados na Figura 4. Cada tipo é constituído de 11 sinais com a mesma envoltória, porém com a frequência variando entre 59.5 Hz e 60.5 Hz, em intervalos de 0.5 Hz. Os sinais possuem 8 ciclos, sendo que a Figura 4, por questão de simplificação, só representa uma parte do sinal utilizado para teste. O gráfico superior simula o sistema em regime permanente, enquanto o gráfico de baixo representa o sistema em regime transitório.

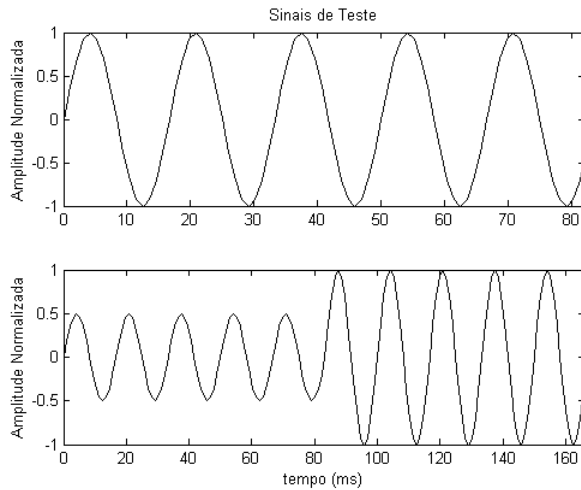


Figura 4 – Exemplo de sinal usado para teste dos filtros

4.2 Parâmetros de desempenho

- Para a avaliação do cálculo dos fasores foram adotados três valores de mérito. Para o regime permanente, no domínio da frequência, o erro médio quadrático da oscilação do módulo (*MSEMod*), já apresentado na Equação 5 e o erro do valor médio do módulo (*MedMod*), já apresentado na Equação 6.
- Para o regime transitório foi adotado o parâmetro de sobrepico (*FP*) (11) - Equação 9, indicando o quanto os valores podem ocorrer acima do valor real, mostrado na Figura 5.

$$FP = \frac{\|V_P - V_M\|}{V_M}$$

Equação 9

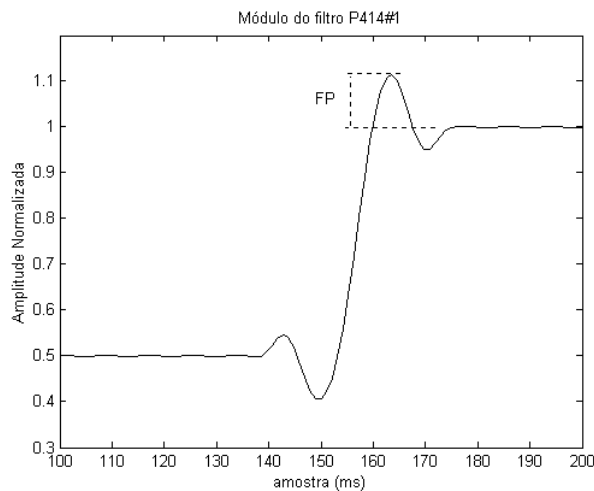


Figura 5 – Exemplo de sinal com sobrepico

4.3 Projeto dos filtros

Foram projetados vários filtros variando-se os diversos parâmetros de projeto disponíveis, conforme descrito anteriormente, sendo selecionados filtros cujos parâmetros de desempenho foram melhores do que os parâmetros do filtro de Fourier com a janela triangular de 2 ciclos. Os melhores filtros estão relacionados na Tabela 1 com os seus respectivos parâmetros *M* e *K*. Os parâmetros de desempenho da janela triangular estão expressos na Tabela 2.

Tabela 1 – Características das famílias de filtros maximamente planos

M = 25				
Designação do Filtro	K	MSEMod	MedMod	FP
P252#1	2	1,68E-07	6,36E-04	9,88E-05

M = 33				
Designação do Filtro	K	MSEMod	MedMod	FP
P332#1	2	1,37E-07	9,18E-04	7,44E-05

M = 41				
Designação do Filtro	K	MSEMod	MedMod	FP
P412#1	2	9,10E-08	6,88E-04	6,40E-02
P414#1	4	3,77E-08	5,94E-06	1,06E-01

M = 49				
Designação do Filtro	K	MSEMod	MedMod	FP
P492#2	2	1,59E-07	9,88E-04	6,14E-02
P494#1	4	1,29E-08	3,73E-06	2,58E-02
P494#2	4	2,30E-08	5,55E-06	2,70E-02
P496#1	6	8,42E-09	3,11E-06	5,43E-02
P496#2	6	3,56E-08	6,42E-06	5,63E-02

M = 57				
Designação do Filtro	K	MSEMod	MedMod	FP
P572#1	2	1,61E-07	8,07E-04	7,18E-02
P574#1	4	5,14E-08	9,53E-06	2,91E-02
P574#2		1,74E-08	5,48E-06	2,84E-02
P574#3		2,63E-08	6,65E-06	6,69E-02
P574#4		9,40E-09	3,83E-06	6,60E-02
P574#5		3,18E-09	1,92E-06	6,43E-02
P576#1	6	4,02E-09	2,46E-06	3,76E-02
P576#2		5,20E-08	9,62E-06	3,83E-02
P576#3		1,42E-08	4,81E-06	3,85E-02

M = 65				
Designação do Filtro	K	MSEMod	MedMod	FP
P654#1	4	9,71E-10	1,67E-06	2,73E-02
P654#2		7,37E-08	1,29E-05	6,93E-02
P656#1	6	1,89E-08	6,19E-06	3,59E-02
P656#2		5,78E-09	3,56E-06	5,97E-02

Tabela 2 – Parâmetros de desempenho do filtro triangular

MSEMod	MedMod	FP
1,66E-07	1,01E-03	8,51E-05

A Figura 6 mostra a resposta do filtro P412#1, comparada à resposta do filtro de Fourier com janela triangular, tanto na resposta em frequência, quanto no tempo, usando-se os sinais de teste. Pode-se observar uma resposta em frequência bastante próxima à da janela triangular porém com desempenho superior em termos de *MedMod* e *MSEMod*.

A Figura 7 apresenta um gráfico comparativo dos resultados finais. Através dele é possível buscar dentre os filtros projetados aquela que seja mais adequado na redução de uma figura de mérito de interesse. Por exemplo, o filtro P252#1 reduz bastante o valor de *FP*, mas tem um desempenho inferior nos demais parâmetros. Já o filtro P494#1 tem um excelente desempenho em termos de *MedMod* com razoável desempenho nos demais parâmetros. A principal diferença entre os filtros é o seu tamanho com a conseqüente diferença no tempo de sua resposta.

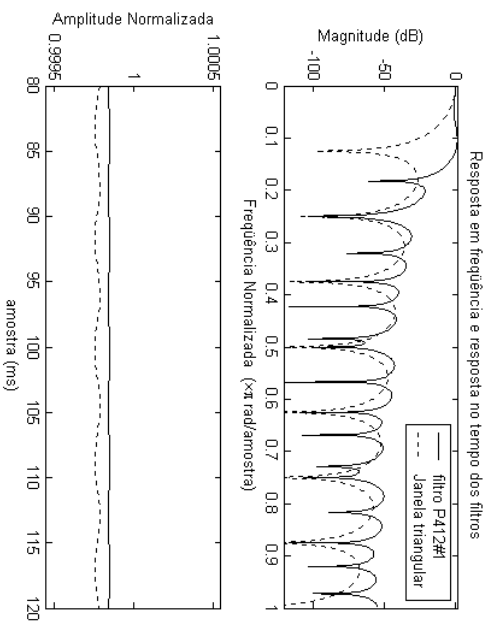


Figura 6 – Resultado do cálculo do módulo do fasor para o filtro P412#1 e o filtro triangular

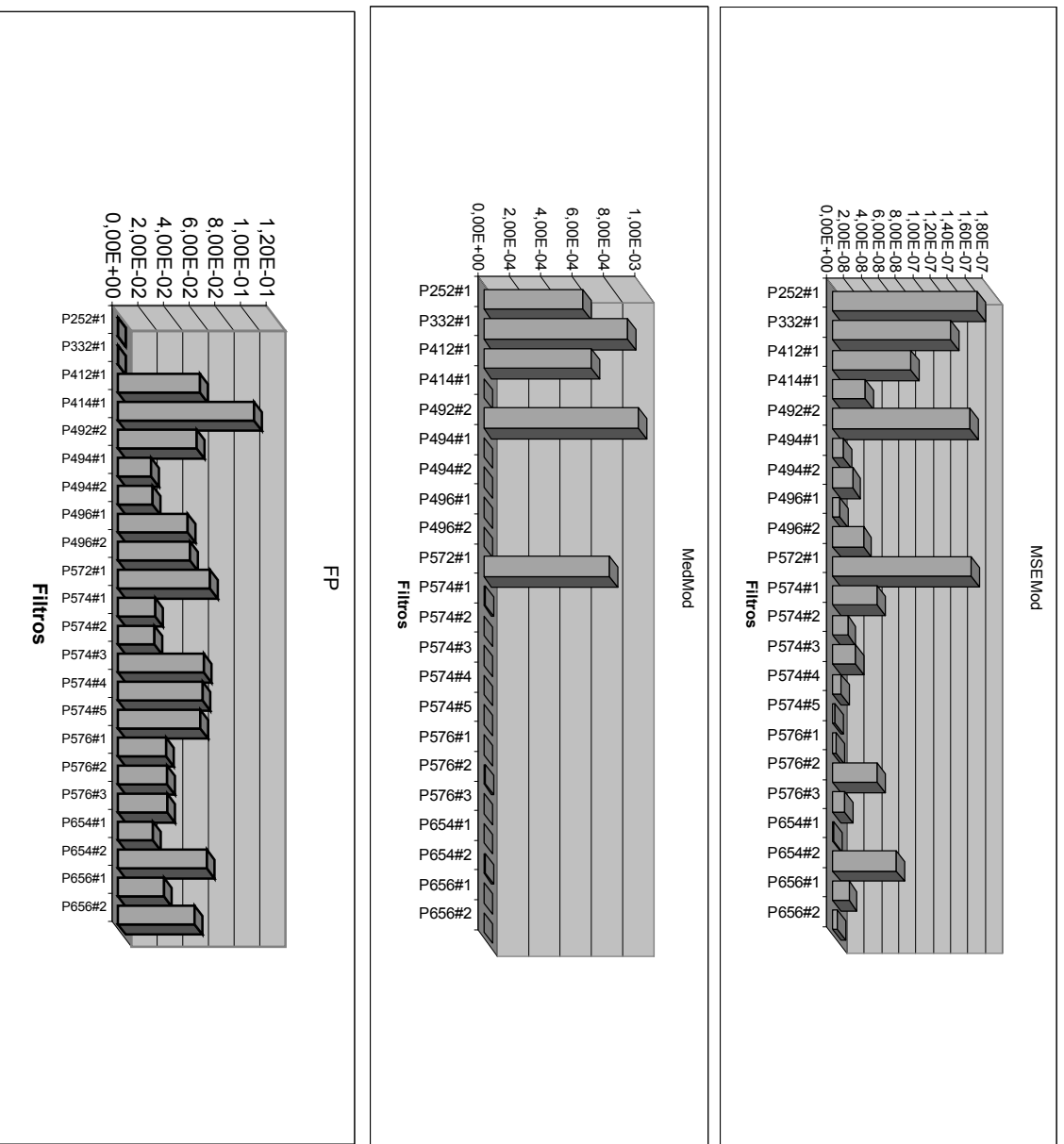


Figura 7 – Parâmetro de todos os filtros da Tabela 1

5.0 - CONCLUSÃO

O presente trabalho abordou o problema do cálculo de fasores, analisando o filtro de Fourier e propondo uma família de filtros que reduzem os efeitos do vazamento espectral por serem maximamente planos na banda de passagem, e que foram otimizados para que os seus zeros coincidisse com os zeros do filtro de Fourier. Os resultados apresentados foram encorajadores e a técnica utilizada mostrou-se bastante versátil, podendo ser aplicada a vários critérios de minimização.

Como trabalhos futuros pretende-se estender a análise aqui realizada de forma a incluir outros métodos para cálculo fasorial e também outros efeitos, como os erros provocados pelos algoritmos de localização de faltas e robustez à erros de medição.

6.0 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- (1) ONS, Procedimentos de Rede, Módulo 11 - Proteção e Controle, Revisão 0, 07/07/2000.
- (2) MOTA JÚNIOR, J. B., Uma avaliação de algoritmos clássicos de filtros de Fourier utilizados em relés de distância. Dissertação de M. Sc., Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, MG, 2002.
- (3) JÚNIOR, J. B. M., Uma Avaliação de Algoritmos Clássicos de Filtros de Fourier Utilizados em Relés de Distância Numéricos. Dissertação de M.Sc., Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, MG, Brasil, 2002.
- (4) SZCZUPAK, J., DAVID, P. A., "Medição Digital de Grandezas Fasoriais". Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica (SNPTEE), 1995.
- (5) SCHWEITZER III, E. O., HOU, D., "Filtering for protective relays". 47th Annual Georgia Tech Protective Relaying Conference, Atlanta, Georgia, USA, April 28-30 1993.
- (6) PEREIRA, C., E CRUZ, F. C., "Análise do comportamento estático e dinâmico dos filtros digitais de mínimos quadrados na proteção de linhas de transmissão". XV Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica (XV SNPTEE), Foz do Iguaçu, PR, Brasil, 17-22 outubro 1999.
- (7) SENGER, E. C., DE SANTANA, N. N., "Pré-filtragem da componente aperiódica exponencial para os algoritmos utilizados em relés de distância". VI Seminário Técnico de Proteção e Controle (VI STPC), Natal, RN, Brasil, 27 setembro a 2 outubro 1998.
- (8) MARPLE JR., S. L., Digital spectral Analysis with application. Prentice-Hall, 1987.
- (9) MIRANDA, A. L. L., Projetos de Filtros Digitais para Análise de Sinais do Sistema Elétrico Uma avaliação de algoritmos clássicos de filtros de Fourier utilizados em relés de distância. Tese de M. Sc., COPPE / UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, 2005.
- (10) DINIZ, P. S. R., da SILVA, E. A. B., NETTO, S. L., Digital Signal Processing: System Analysis and Design. Cambridge University Press, 2002.
- (11) BENMOUYAL, G., "Removal of DC-Offset in Current Waveforms Using Digital Mimic Filtering", IEEE Transaction on Power Delivery, v. 10, n. 2, pp. 621-630, Apr. 1995.