

# REPRESENTAÇÕES COERENTES DE SINAIS ELÉTRICOS COM APLICAÇÕES À ANÁLISE, COMPRESSÃO E REDUÇÃO DE RUÍDO

LISANDRO LOVISOLO<sup>1</sup>, EDUARDO A. B. DA SILVA<sup>1</sup>,  
MARCO A. M. RODRIGUES<sup>2</sup> E PAULO S. R. DINIZ<sup>1</sup>.

1. *Laboratório de Processamento de Sinais (LPS) - COPPE/UFRJ,*  
*Cx. P. 68504, RJ, 21945-970, BRASIL*

2. *Centro de Pesquisas em Energia Elétrica - CEPEL, Departamento de Eletrônica,*  
*Cx. P. 68007, RJ, 21944-970, BRASIL*

*E-mails: 1-[lisandro, eduardo, diniz, @lps.ufrj.br], 2-[mamr@cepel.br]*

**Resumo** — Neste artigo é proposta uma nova técnica para decomposição de sinais medidos em sistemas elétricos de potência. A decomposição é inspirada no algoritmo de *Matching Pursuits*. Este algoritmo tem o potencial para identificar, em um sinal, componentes que sejam coerentes com o fenômeno físico observado. Entretanto, não é uma tarefa simples obter uma decomposição que realmente represente as não-linearidades existentes no sistema elétrico. Por isso, foram implementadas melhorias no algoritmo para permitir uma decomposição utilizando senóides amortecidas que realmente descreva, de forma coerente com o sistema físico, os fenômenos presentes no sinal.

**Abstract** — In this paper, it is presented a new technique for the decomposition of signals measured in power systems. The decomposition is inspired in the *Matching Pursuits* algorithm. This algorithm has potential for identifying signal components that are coherent to the physical phenomenon observed. However, obtaining components that actually represents the non-linearities present in power systems is not an easy task. The paper presents improvements in the *Matching Pursuits* algorithm to enable the decomposition, using damped sinusoids, that accurately describes, coherently to the physical system, the phenomena presented in the signal.

**Key Words**— Oscilografia; Sinais de Sistemas de Potência; Representações de Sinais; Representações Adaptativas; Representações Coerentes; *Matching Pursuits*; Compressão de Sinais Elétricos; Redução de Ruído por Síntese.

## 1 Introdução

O entendimento dos fenômenos que ocorrem em sistemas de potência é uma necessidade crescente no setor elétrico, especialmente em virtude do processo de reestruturação por que passa o setor. A legislação tem exigido uma enorme quantidade de pontos a serem monitorados, especialmente através do sistema de oscilografia (ONS, 2000). Neste processo são utilizados equipamentos que digitalizam e armazenam medições, em particular das grandezas de corrente e tensão, além de transmiti-las para posterior análise por um especialista. Com a quantidade crescente de pontos sendo monitorados a quantidade de oscilogramas tende a crescer bastante, provocando uma sobrecarga de informação (Rodrigues et al., 2000).

Surgem dois problemas: **1.** Como lidar com a sobrecarga de informação? **2.** Como projetar sistemas capazes de rapidamente fornecer indícios sobre a falha ocorrida? O método aqui proposto visa ajudar a enfrentá-los, pois permite uma representação coerente das componentes do sinal, o que facilita a identificação do fenômeno, além de permitir a compactação dos arquivos de oscilografia com ganhos expressivos de qualidade.

Um bom modelo para representar sinais elétricos é dado por uma soma de senóides amortecidas (Lovisoló et al., 2002) (na verdade harmônicos de uma frequência fundamental  $F$ ):

$$x(t) = \sum_{q=0}^{Q-1} A_q \cos(2\pi k_q F t + \phi_q) e^{-\lambda_q(t-t_{0_q})} \times [u(t-t_{0_q}) - u(t-t_{f_q})]. \quad (1)$$

Cada componente é representada por uma sêxtupla  $(A_q, k_q F, \lambda_q, \phi_q, t_{0_q}, t_{f_q})$ , onde  $A_q$  representa a

amplitude,  $k_q F$  a frequência,  $\lambda_q$  o amortecimento da exponencial,  $\phi_q$  a fase da senóide, e  $t_{0_q}$  e  $t_{f_q}$  representam, respectivamente, os instantes de início e fim da componente (sendo  $u(t)$  a função degrau). Note que as frequências das senóides são múltiplos inteiros de uma frequência fundamental  $F$ . Representando o sinal através de um conjunto destas sêxtuplas, poderíamos obter uma representação bem compacta e acurada do sinal.

Na seção 2 apresentamos o método utilizado para obter a decomposição da equação (1). Entretanto, as decomposições assim obtidas, apesar de ótimas a cada passo, confundem alguns fenômenos presentes nos sinais; na seção 3, veremos como eliminar estas confusões. Além disso, como estas decomposições tendem a ter um número infinito de passos, na seção 4 abordamos o problema de como obter um critério de parada ao mesmo tempo em que garantimos que os fenômenos presentes no sinal sejam preservados. Na seção 5 verificamos a capacidade do método para comprimir sinais e sua eficiência para redução de ruído (*denoising*). Na seção 6 apresentamos as conclusões.

## 2 Decomposições Adaptativas de Sinais

Um sinal  $x(t)$  pode ser representado por uma soma de sinais pré-definidos  $f_k(t)$ ,  $k \in \{0, 1, \dots, K\}$  como (Mallat, 1998):

$$x(t) = \sum_{n=0}^{M-1} \alpha_n f_{k(n)}(t). \quad (2)$$

Chamamos  $f_k(t)$  de átomos ou estruturas. O conjunto de todos os possíveis átomos  $f_k(t)$  é chamado de dicionário  $\mathcal{D}$ . Na equação (2)  $M$  sinais, dados por  $f_{k(n)}(t)$ , são utilizados para representar  $x(t)$  e  $\alpha_n$  é um fator de energia para

a estrutura  $f_{k(n)}(t)$ . Um ponto importante relacionado à representação da equação (2) é que ela decompõe o sinal  $x(t)$  como uma combinação linear de  $M$  sinais. Logo, ela tem o potencial de, dependendo da escolha do dicionário  $\mathcal{D}$ , permitir a identificação dos diferentes fenômenos que compõem  $x(t)$ , gerando uma representação compacta (Goodwin e Vetterli, 1999). A decomposição da equação (2) é equivalente àquela apresentada na equação (1), onde as funções que compõem o dicionário são conhecidas a priori (senóides amortecidas). O problema central destas decomposições é como obter os coeficientes  $\alpha_n$  e os átomos  $f_{k(n)}(t)$ . Para isto utilizamos o algoritmo de *Matching Pursuits* (**MP**).

### 2.1 O Algoritmo de Matching Pursuits

O algoritmo de **MP** foi introduzido em (Mallat e Zang, 1993). O **MP** é iterativo, e a cada passo escolhe a função pertencente ao dicionário que possui o maior produto interno (correlação) com o sinal, sendo desta um algoritmo voraz (Davis, 1994). O sinal será então sucessivamente aproximado.

Suponha que desejamos decompor o sinal  $\mathbf{x}$ . Defina um dicionário  $\mathcal{D} = \{\mathbf{g}_\gamma\}$ ,  $\gamma \in \Gamma$ , ( $\gamma$  é um conjunto de parâmetros e  $\Gamma$  é o conjunto de todos os possíveis  $\gamma$ ), tal que  $\|\mathbf{g}_\gamma\| = 1$ . Se  $\mathcal{D}$  é completo (Mallat, 1998; Mallat e Zang, 1993), pode-se representar  $\mathbf{x}$  como uma soma de elementos do dicionário  $\mathbf{g}_{\gamma(n)}$ , que são chamados de átomos ou estruturas:

$$\mathbf{x} = \sum_n \alpha_n \mathbf{g}_{\gamma(n)}. \quad (3)$$

Para calcular os coeficientes  $\alpha_n$  e escolher os átomos  $\mathbf{g}_{\gamma(n)}$  podemos escolher  $\mathbf{g}_{\gamma(0)}$  tal que  $\alpha_0 = \langle \mathbf{x}, \mathbf{g}_{\gamma(0)} \rangle = \max_{\gamma \in \Gamma} \langle \mathbf{x}, \mathbf{g}_\gamma \rangle$ , e dividir  $\mathbf{x}$  em duas partes definindo  $\mathbf{R}^1_{\mathbf{x}} = \mathbf{R}^0_{\mathbf{x}} - \alpha_0 \mathbf{g}_{\gamma(0)}$  (onde  $\mathbf{R}^0_{\mathbf{x}} = \mathbf{x}$ ). Podemos realizar este processo iterativamente e computar o resíduo de ordem  $n+1$ ,  $\mathbf{R}^{n+1}_{\mathbf{x}}$ , a partir do de ordem  $n$ , através de:

$$\mathbf{R}^{n+1}_{\mathbf{x}} = \mathbf{R}^n_{\mathbf{x}} - \alpha_n \mathbf{g}_{\gamma_n}, \quad (4)$$

onde  $\alpha_{n+1} = \langle \mathbf{R}^n_{\mathbf{x}}, \mathbf{g}_{\gamma_n} \rangle$  é obtido para o  $\gamma_n$  que o maximiza. Observe que  $\mathbf{R}^{n+1}_{\mathbf{x}}$  e  $\mathbf{g}_{\gamma(n)}$  são ortogonais e portanto a energia do sinal é conservada (Mallat e Zang, 1993). Isto é, após  $m$  passos da decomposição teremos:

$$\|\mathbf{x}\|^2 = \sum_{n=0}^{m-1} \|\langle \mathbf{R}^n_{\mathbf{x}}, \mathbf{g}_{\gamma(n)} \rangle\|^2 + \|\mathbf{R}^m_{\mathbf{x}}\|^2. \quad (5)$$

A energia dos resíduos decresce a cada passo.

### 2.2 Dicionário de Senóides Amortecidas

O **MP** foi originalmente proposto utilizando o dicionário de *Gabor* (Mallat e Zang, 1993; Mallat, 1998). Os átomos deste dicionário são definidos como:

$$g_\gamma(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} 2^{\frac{1}{4}} e^{-\pi(\frac{t-u}{s})^2} \cos(\xi t + \phi) \quad (6)$$

onde  $\gamma = [s, u, \xi, \phi]$  - ( $s$  é a escala,  $u$  o centro do átomo,  $\xi$  é a sua frequência e  $\phi$  a fase). Estes

átomos são senóides moduladas por janelas *Gaussianas*.

A implementação do **MP** com o dicionário de *Gabor* é discutida em (Mallat e Zang, 1993; Ferrando et al., 2000). Uma característica deste dicionário é que o espaço de parâmetros destes átomos ( $\gamma = [s, u, \xi, \phi]$ ) pode ser amostrado (Mallat e Zang, 1993; Ferrando et al., 2000) obtendo ainda assim um dicionário completo. Diferentes abordagens para os dicionários têm sido propostas: treinamento, geração estocástica e até mesmo coleções de dicionários ou bibliotecas. Aqui desejamos utilizar um dicionário baseado no modelo de sinais elétricos da equação (1), obtendo átomos definidos por:

$$f_\gamma(t) = K_{f_\gamma} \cos(\xi t + \phi) e^{-\lambda(t-t_0)} \times [u(t-t_0) - u(t-t_f)]. \quad (7)$$

onde  $\gamma = [\lambda, \xi, \phi, t_0, t_f]$  e  $K_{f_\gamma}$  é tal que  $\|f_\gamma(t)\| = 1$ . O problema com este dicionário é que amostrar o espaço de parâmetros  $\gamma = [\lambda, \xi, \phi, t_0, t_f]$  não é trivial. Propomos resolver este problema obtendo a decomposição no dicionário de estruturas  $f_\gamma$  (equação (7)) indiretamente a partir do dicionário composto pelas estruturas  $g_\gamma$  (equação (6)). A seguir descrevemos o algoritmo em linhas gerais. É importante notar que tanto para os átomos de *Gabor* quanto para os átomos senoidais amortecidos (que chamaremos de átomos exponenciais), não é necessário amostrar a fase do átomo para gerar o dicionário. A mesma pode ser computada a partir das representações complexas dos átomos (a função cosseno é substituída por uma exponencial complexa de argumento imaginário), detalhes podem ser encontrados em (Goodwin e Vetterli, 1999; Ferrando et al., 2000).

### 2.3 O Algoritmo de Decomposição

Inicialmente o átomo de *Gabor*, equação (6), que melhor “casa” o sinal, é obtido através do **MP**. Uma vez que este átomo é escolhido, o utilizamos como um ponto de partida para procurar a senóide amortecida, equação (7), que proporciona melhor casamento com o sinal. Isto é feito como a seguir:

1. O átomo de *Gabor* que melhor aproxima o sinal no passo é encontrado através do algoritmo de **MP**.
2. Com os parâmetros  $\gamma = [s, u, \xi]$ , é encontrada a exponencial que melhor se aproxima de um dos semi-planos de  $g_\gamma$  (definimos os semi-planos do átomo de *Gabor* como as amostras ou à direita ou à esquerda do ponto de simetria da janela *Gaussianiana*) na vizinhança de seu ponto de inflexão, como se segue:
  - a. É verificado qual semi-plano do átomo de *Gabor* tem maior produto interno com o sinal, o direito ou esquerdo. A partir disto podemos considerar se a exponencial que procuramos é crescente ou decrescente (crescente no caso do

semi-plano esquerdo, decrescente no caso do direito). Agora, podemos encontrar  $\lambda$  de forma a igualar a exponencial no ponto de inflexão da semi-plano *Gaussiano* escolhido, fazendo: **i.**  $\lambda = -\frac{1}{s}\sqrt{\frac{\pi}{2}}$  caso seja uma exponencial crescente; **ii.**  $\lambda = \frac{1}{s}\sqrt{\frac{\pi}{2}}$  no caso de uma exponencial decrescente; **iii.** Se  $s < 1$  fazemos  $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}}$  para o caso de a exponencial ser crescente, e  $\lambda = -\frac{1}{\sqrt{2}}$  para decrescente. No caso de uma exponencial decrescente assumimos ainda que  $t_o = u$  e  $t_f$  igual ao comprimento do sinal; no caso crescente,  $t_o = 0$  e  $t_f$  como no anterior.

- b.** Usando os parâmetros estimados acima como solução inicial, utilizamos o método de *Newton* para obter a senóide amortecida, isto é a quádrupla  $\gamma = [\lambda, \xi, t_o, t_f]$ , que gera um átomo como o da equação (7) com maior produto interno com o sinal (Lovisolò, 2001).
- 3.** Após encontrar a quádrupla  $\gamma = [\lambda, \xi, t_o, t_f]$ , calculamos a fase ótima para o átomo (ver seção 2.2), e procuramos o melhor suporte temporal do mesmo. A procura pelo melhor suporte temporal é realizada maximizando o produto interno entre o átomo e o sinal, e também minimizando o erro na região de suporte. Uma descrição completa do procedimento pode ser encontrada em (Lovisolò, 2001).
- 4.** A partir destes valores re-otimizamos os parâmetros  $\gamma = [\lambda, \xi, t_o, t_f]$ , e calculamos a fase do átomo, obtendo a quádrupla que caracteriza o átomo,  $\gamma = (\xi, \lambda, \phi, t_o, t_f)$ , além de  $\alpha_n$  dado por  $\alpha_n = \langle R^n_{\mathbf{x}}, g_\gamma \rangle$ .

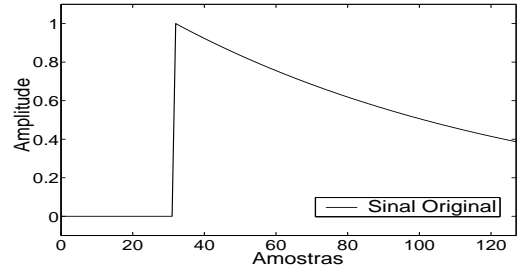
Na figura 1 vemos a decomposição de um sinal exponencial no **MP** tanto com o dicionário de *Gabor* quanto com o de senóides amortecidas através do algoritmo acima. Percebemos que a procura proposta funciona de forma eficiente gerando um sinal reconstruído de boa qualidade subjetiva e objetiva, com SNR (Relação Sinal Ruído) de 210.68 dB.

A decomposição obtida desta forma (aplicação do **MP** com dicionário de senóides amortecidas) é ótima no sentido da melhor exponencial que aproxima o sinal no passo. Entretanto, para sinais de sistemas de potência, os átomos obtidos desta forma nem sempre correspondem a fenômenos físicos. Na próxima seção veremos os equívocos que surgem devido à natureza voraz do **MP** e os meios de eliminá-los.

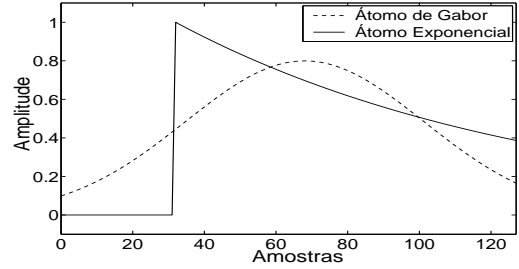
### 3 Analisando Sinais Elétricos

Ao analisar sinais medidos no sistema elétrico, os algoritmos baseados em **MP**, como o anterior, tendem a cometer dois equívocos em termos da identificação de fenômenos físicos, que apresentamos a seguir, juntamente com as heurísticas desenvolvidas para eliminá-los.

- I.** Sinais formados por duas ou mais senóides de mesma frequência porém de diferentes amplitudes são confundidos como uma única senóide



(a) Original



(b) Decomposto

Figura 1. Sinal Exponencial.

amortecida. Para evitar esta confusão procuramos por uma senóide pura ao invés de uma amortecida. Um sumário deste procedimento é mostrado a seguir.

- a.** É gerada uma senóide pura de frequência  $\xi$ , sendo procurado seu melhor suporte temporal como descrito anteriormente.
- b.** No passo da decomposição é escolhida uma senóide pura caso: **1.** o produto interno da senóide pura com o sinal é maior que  $\lambda_{opt}$  vezes o produto interno do átomo exponencial com o sinal (com  $\lambda_{opt}$  sendo um limiar – nos nossos resultados  $\lambda_{opt} = 0.75$ ) e; **2.** o erro por amostra (definido como a norma do resíduo na região de suporte do átomo dividido pelo intervalo de suporte) é menor que esta mesma medida para o átomo exponencial. Notar que consideramos então um átomo senoidal como a estrutura que decompõe o sinal no passo somente se as duas condições são satisfeitas (repare que o melhor suporte temporal da senóide pura e do átomo exponencial são diferentes).

**II.** Quando é o caso do sinal ser composto por senóides de mesma frequência e amplitude porém com mudanças repentinas de fases o algoritmo tende a agrupar estas senóides como uma única senóide com fase que maximize o produto interno com o sinal. Isto não representa as estruturas presentes no sinal, que compreendem mudanças de fase de uma mesmo harmônico. Então, após a identificação de uma senóide amortecida devemos verificar se houve ou não esta confusão. Isto é realizado da seguinte forma:

- a.** Gere uma senóide pura com mesma frequência que a do átomo encontrado e otimize seus parâmetros obtendo o melhor casamento com o resíduo a decompor através do método de *Newton*, obtendo um novo conjunto de parâmetros e produto interno.

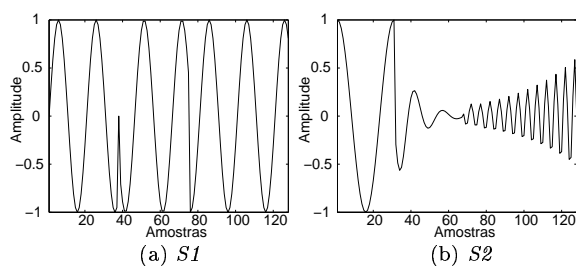


Figura 2. Sinais Sintéticos.

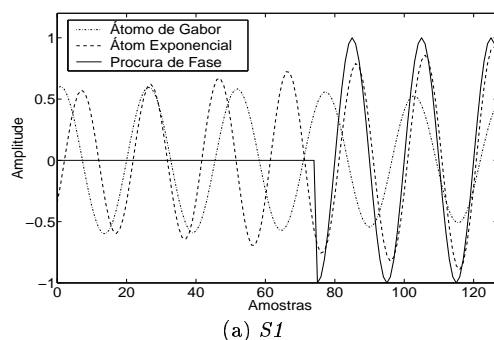
**b.** Para resolver o problema mencionado, durante as simulações três condições foram observadas para escolher uma senóide pura (do item acima) ao invés do átomo escolhido até o momento no passo, que são: **i.** Se o produto interno do resíduo (sinal a decompor no passo) com a senóide pura é maior que 99% do produto interno do resíduo com a amortecida, e a norma do resíduo menor; **ii.** Se o produto interno do resíduo com a senóide pura é maior que o obtido com a amortecida, e a norma do resíduo menor que 105% da obtida com a senóide amortecida; **iii.** Se a energia do resíduo resultante (resíduo que deverá ser decomposto no próximo passo) da escolha do átomo senoidal em sua região de suporte, é menor ou igual a um terço da energia do resíduo obtido utilizando a senóide amortecida, e o produto por amostra (definido como o produto interno dividido pela região de suporte) obtido entre o resíduo e o átomo senoidal é maior ou igual ao obtido com a senóide amortecida, e o produto interno do resíduo com a senóide pura é maior ou igual a 95% do obtido com a senóide amortecida.

**c.** Aplicamos estas condições iterativamente podendo terminar com uma nova senóide pura com novo suporte temporal se ao menos uma das três condições é satisfeita.

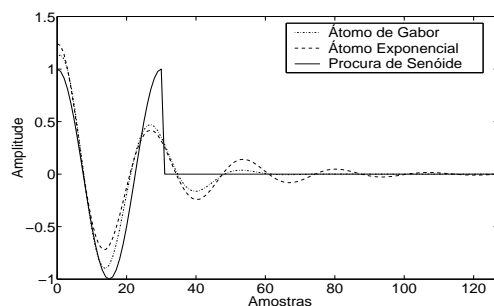
Com estes procedimentos eliminamos os equívocos que surgem naturalmente da simples aplicação do **MP** (Mallat e Zang, 1993) com um dicionário de exponenciais (Goodwin e Vetterli, 1999).

Sintetizamos dois sinais a partir do modelo proposto, apresentados na figura 2. A Tabela 1 mostra os parâmetros utilizados para gerar os sinais assim como aqueles extraídos na decomposição destes sinais. Utilizando o mesmo número de estruturas para decompor o sinal que o utilizado para gerá-los obtemos sinais reconstruídos com SNR de 213.82 dB para *S1* e 148.30 dB para *S2*.

O primeiro passo das decomposições de *S1* e *S2*, são mostrados na figura 3. Nestes exemplos podemos observar a efetividade do casamento do semi-plano da janela *Gaussiana* com a senóide amortecida no primeiro passo do processo de decomposição, assim como o procedimento para detectar uma senóide pura no caso do sinal *S2* e a detecção da mudança de fase no caso do sinal



(a) *S1*



(b) *S2*

Figura 3. Primeiro passo da decomposição dos sinais sintéticos.

*S1*. Esta efetividade pode também ser observada a partir dos parâmetros estimados pela decomposição, já apresentados na tabela 1.

#### 4 Decomposições Coerentes

Algumas características importantes da decomposição apresentada são: **1.** A representação é adaptativa já que a cada passo a função do dicionário mais semelhante ao sinal é escolhida para representá-lo; **2.** Num passo  $n$  temos uma aproximação do sinal (Mallat, 1998) pelas estruturas do dicionário selecionadas até o passo. **3.** Ela é capaz de identificar corretamente as estruturas correspondentes a fenômenos com significado físico em sistemas de potência.

Entretanto, após um número suficientemente grande de passos, todas as estruturas representativas terão sido utilizadas; isto implica que as estruturas encontradas a partir daí corresponderão a ruído. Então surge a questão: Em qual passo devemos parar a decomposição? Em outras palavras, devemos ser capazes de identificar quando começamos a representar ruído. Uma possível solução seria parar o processo em função de um critério pré-definido: energia do resíduo ou número de passos. Estas soluções não são adequadas pois não levam em consideração: **a.** Que não sabemos *a priori* o número de estruturas do sinal; **b.** As estruturas podem ter, a princípio, qualquer amplitude (energia), tornando impossível fixar um limiar para a energia do ruído; **c.** O sinal pode ser ruidoso.

Solucionamos o problema medindo quanto do resíduo do sinal está sendo aproximado no passo  $n$ . Isto pode ser feito a partir da taxa de aproxi-

Tabela 1. Parâmetros utilizados na geração dos sinais sintéticos *S1* e *S2* de acordo com o modelo da equação (1), e os parâmetros obtidos pela decomposição.

Sinal	$\alpha_q$	$F_q$ (Hz)	$\phi_q$ (graus)	$\lambda_q$	$t_{0_q}$	$t_{f_q}$	$n_{0_q}$	$n_{f_q}$
S1 Gerado	5.2497	60	180	0	0.0625	0.01059	75	127
	4.3479	60	-90	0	0	0.0308	0	37
	4.4435	60	135	0	0.0317	0.0625	38	75
S2 Gerado	4.000	50	0	0	0	0.02	0	30
	1.7226	300	75	-0.03	0.0447	0.0847	67	127
	1.2302	100	90	0.1	0.02	0.0533	30	80
S1 Decomposto	5.249735	60.00	180.00	0	0.0625	0.01059	75	127
	4.347984	60.00	-90.00	0	0	0.0300	0	36
	4.443659	60.00	144.00	0	0.0317	0.0617	38	74
S2 Decomposto	4.000047	50.00	0	0	0	0.0200	0	30
	1.723037	299.97	68.32	-0.029947	0.0447	0.0840	67	126
	1.230275	100.01	89.94	0.099994	0.0207	0.0527	31	79

mação (Mallat e Zang, 1993) definida como:

$$\lambda(\mathbf{R}^n_{\mathbf{x}}) = \frac{\|\langle \mathbf{R}^n_{\mathbf{x}}, \mathbf{g}_{\gamma(n)} \rangle\|}{\|\mathbf{R}^n_{\mathbf{x}}\|}. \quad (8)$$

Em (Davis, 1994) é definido o conceito de estruturas coerentes da decomposição como sendo aquelas com alta taxa de aproximação no processo de decomposição. A importância e o poder deste conceito advém do fato de que em (Mallat e Zang, 1993) é descrito que após um grande número de passos do MP a taxa de aproximação estabiliza em torno de um valor que é independente do sinal que está sendo decomposto; e que, para sinais de ruído *Gaussiano*, ela estabiliza após um pequeno número de passos. Isto implica que após a taxa de aproximação estabilizar estaremos aproximando ruído, e podemos parar a decomposição. Então, em termos práticos, a decomposição deve parar quando a taxa de aproximação atinge um certo limiar (Lovisol et al., 2002). Este limiar depende só do dicionário, e pode ser encontrado decompondo sinais de ruído *Gaussiano*. Na prática, calculamos um valor médio para a taxa de aproximação  $\varepsilon_{\mathcal{D}}$ , para filtrar pequenas oscilações. É importante notar que o valor para o qual a taxa de aproximação média converge ( $\varepsilon_{\mathcal{D}}$ ) depende do dicionário e decresce com o aumento do comprimento do sinal. A tabela 2 mostra os valores experimentais obtidos para a taxa de aproximação média para o dicionário de senóides amortecidas e diferentes comprimentos de sinais.

Tabela 2. Taxas de aproximação médias para diferentes (comprimento dos) sinais de ruído no MP com o dicionário de senóides amortecidas.

Comprimento	64	128	256	512	1024
$\varepsilon_{\mathcal{D}}$	0.39	0.28	0.22	0.14	0.087

Logo, realizando a decomposição só até que  $\lambda_{m_f}(\mathbf{R}^M_{\mathbf{x}}) \geq \varepsilon_{\mathcal{D}}$ , selecionamos só as estruturas coerentes (aquelas com taxas de aproximação maiores que as de um sinal de ruído). Portanto, este é um bom critério de parada da decomposição. Note que, como somente as estruturas mais coerentes que ruído são mantidas, este processo pode ser utilizado para redução de ruído (*Denosing*) (ver (Mallat, 1998)), uma das formas

pelos quais verificaremos a eficiência deste procedimento.

## 5 Resultados

### 5.1 Compressão de Sinais Elétricos

Podemos utilizar a decomposição apresentada, com o critério de parada, para comprimir sinais. Utilizando um quantizador linear independente para cada um dos parâmetros das estruturas comprimimos *S1* a uma taxa de compressão de 8.46:1 com SNR de 49.52 dB e *S2* a 8.16:1 com 45.01 dB de SNR. Note que estas taxas de compressão foram obtidas levando em conta, inclusive, a transmissão dos modelos dos quantizadores. Então, estas ainda podem ser substancialmente melhoradas.

O algoritmo desenvolvido foi aplicado também a sinais reais adquiridos de falhas ocorridas em linhas de transmissão, obtendo taxas de compressão e SNR tão bons quanto as obtidas para sinais sintéticos. Um exemplo é mostrado na figura 4 onde mostramos o sinal original e o sinal reconstruído após a decomposição e a quantização dos parâmetros. Este sinal foi decomposto utilizando 20 estruturas, obtendo uma taxa de compressão de aproximadamente 40:1 e 59.10 dB de SNR.

### 5.2 Redução de Ruído de Sinais Elétricos

Para verificar a capacidade do procedimento proposto para parar o processo de decomposição, fornecendo uma representação coerente, estudamos o desempenho da decomposição proposta quando aplicada a sinais com diferentes níveis de ruído adicionados. A energia do ruído somado ao sinal em cada caso é apresentada na tabela 3. Temos também, na tabela, o número de estruturas nas quais o sinal foi decomposto em cada um dos casos e o SNR do sinal reconstruído. O sinal utilizado para este estudo foi gerado de acordo com o modelo da equação (1) com 4 estruturas, e é mostrado na figura 5.(a). O algoritmo identifica corretamente as estruturas até um nível de ruído de 5% da energia do sinal. O sinal correspondente à última linha da tabela 3 é mostrado na figura 5.(b).

Tabela 3. Decomposição de um sinal corrompido por ruídos de diferentes intensidades usando o dicionário de senóides amortecidas.

$\  \text{Ruído} \ ^2$	$\frac{\  \text{Sinal} \ ^2}{\  \text{Ruído} \ ^2}$	Estruturas	SNR (dB)
0.0238	1,277.4	14	77.95
0.0809	375.81	5	46.31
0.3237	93.92	5	45.36

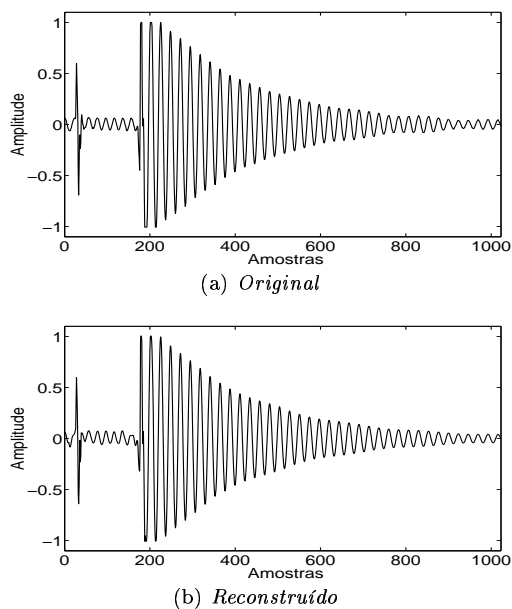


Figura 4. Sinal Real.

Destes resultados podemos ver que: **a.** Ruído de pequena energia influencia o número de estruturas utilizadas na decomposição pelo algoritmo; entretanto, não influencia os átomos escolhidos na representação, isto é, quanto maior a energia do ruído adicionado, mais rápido começamos a aproximar ruído; **b.** A adição de ruído pode ser utilizada para automatizar a decomposição em casos onde sabemos que a energia das estruturas procuradas é maior que um certo valor; **c.** O algoritmo é capaz de sentir a presença de ruído no sinal. Esta idéia pode ser utilizada para realizar redução de ruído (*denoising*) por síntese (Mallat, 1998). Logo, se temos um sinal elétrico corrompido pela adição de ruído, podemos utilizar o algoritmo proposto com o dicionário de senóides amortecidas para decompor o sinal ruidoso e fazer uma versão reconstruída do mesmo eliminando o ruído a partir da decomposição adaptativa apresentada.

## 6 Conclusões

Neste artigo um modelo para representar sinais elétricos usando senóides amortecidas foi apresentado, assim como um algoritmo para obter uma decomposição deste tipo para um sinal arbitrário medido num sistema elétrico de potência. Os resultados mostram que tanto o modelo quanto o algoritmo são efetivos na representação de sinais elétricos. Métodos para discriminar senóides puras e mudanças de fase foram desenvolvidos heurísticamente. Com isto o método proposto mostrou-se capaz de identificar as es-

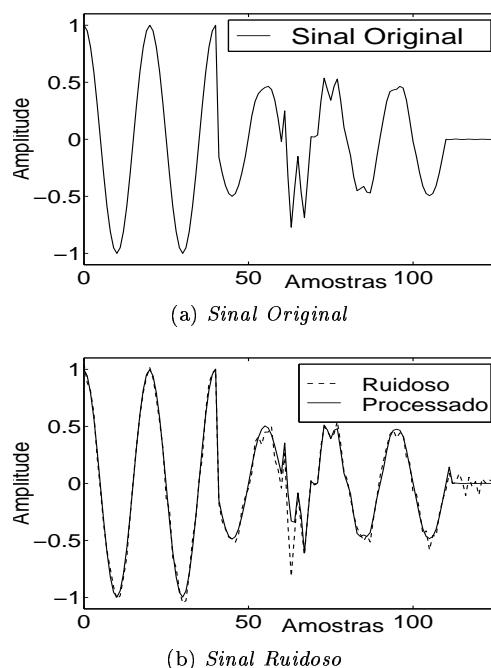


Figura 5. (a) Sinal original; (b) Sinal adicionado de ruído de energia 0.3237 (linha tracejada) e o sinal reconstruído (linha contínua).

truturas fisicamente significativas. Além disso, o critério de parada apresentado é capaz de identificar quantas estruturas são suficientes para representar o sinal. Experimentos com sinais ruidosos mostram que o método proposto também tem bom desempenho como uma ferramenta de redução de ruído.

## Referências Bibliográficas

- Davis, G. (1994). *Adaptive Nonlinear Approximations*, Phd. Thesis, Courant Institute of Mathematical Sciences, NYU, 251 Mercer Street, New York, NY 10012, USA.
- Ferrando, S. E., Kolasa, L. A. e Kovačević, N. (2000). A flexible Implementation of Matching Pursuits for Gabor Dictionaries, <http://www.scs.ryerson.ca/~ferrando/Research/mp-GaborInterval.ps>.
- Goodwin, M. E. e Vetterli, M. (1999). Matching pursuits and atomic signal models based on recursive filters banks, *IEEE Transactions on Signal Processing* 47(7): 1890–1902.
- Lovisollo, L. (2001). *Representações Coerentes de Sinais Elétricos*, M. Sc. Thesis, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ.
- Lovisollo, L., da Silva, E. A. B., Rodrigues, M. A. M. e Diniz, P. S. R. (2002). Coherent decompositions of power systems signals using damped sinusoids with applications to denoising, *A ser publicado no ISCAS 2002*, Scottsdale, Arizona, EUA.
- Mallat, S. (1998). *A Wavelet Tour of Signal Processing*, Academic Press.
- Mallat, S. e Zang, Z. (1993). Matching pursuits with time-frequency dictionaries, *IEEE Transactions on Signal Processing* 41(12): 3397–3415.
- ONS (2000). Procedimentos de rede, módulo - 11 proteção e controle.
- Rodrigues, M. A. M., Figueiredo, M. V. F., Miranda, A. L. L. e Diniz, S. S. (2000). Oscilography for power systems operational Planning, *VII SE-POPE*, Curitiba, Brasil.